

УДК

## **Статистические характеристики направленности самофазирующихся антенных решеток с применением устройств фазовой автоподстройки частоты**

**С.И. Журавлев**, доцент, кандидат технических наук,  
Государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования Московской области  
«Финансово–технологическая академия», г. Королев, Московская область

*Приводится методика определения плотности вероятности фазы на выходе устройства фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) и оценены статистические характеристики направленности самофазирующейся антенной решетки (СФАР) с применением устройства ФАПЧ.*

Самофазирующиеся антенные решётки (СФАР), диаграмма направленности, закон распределение фазовых флуктуаций, фазовая автоподстройка частоты(ФАПЧ).

### **Directional characteristics of the self-phased antenna arrays with application of the phase self-tuning frequency devices**

**S.I. Guravlev**,  
Moscow region state–financed educational institution of higher vocational training  
«Finance and technology academy», Korolev, Moscow region

*In this article have put the methods of determination the density of probability phase on out of the phase self-tuning frequency divices and it has assessed statistical directional parameters of the self-phased antenna arrays using of the phase self-tuning frequency divices.*

Information security, information and analytical systems security, new educational technologies.

Среди антенных систем особый интерес вызывают самофазирующиеся антенные решетки (СФАР) с применением устройств фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ). Это объясняется обеспечением высокого отношения **сигнал/шум** на входе приемного устройства в широком диапазоне пространственных углов.

В нашей стране и за рубежом проводились исследования характеристик направленности таких антенн [1, 2, 3, 4]. Однако при этом не учитывалось влияние внутренних шумов антенной решетки на фазовую погрешность системы фазовой автоподстройки и, кроме того, закон распределения фазовых флуктуаций в каналах решетки принимался нормальным.

Оценим статистические характеристики направленности СФАР, образованной  $n$  идентичными, одинаково направленными антеннами, с учётом фазовых погрешностей устройств ФАПЧ и внутренних шумов решетки. При этом будем полагать шумы в каналах опорного и полезного сигналов гауссовыми.

Выражение средней диаграммы направленности по мощности такой антенны запишется в виде:

$$\bar{\Phi}(\theta, \varphi) = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n \int_{\varphi_p} \int_{\varphi_q} f_p(\theta, \varphi) f_q(\theta, \varphi) e^{j(\varphi_p - \varphi_q)} W(\varphi_p, \varphi_q) d\varphi_p d\varphi_q. \quad (1)$$

где  $f_p(\theta, \varphi) f_q(\theta, \varphi)$  – амплитудные диаграммы направленности  $p$ -ого и  $q$ -ого элементов решетки соответственно,

$\varphi_p, \varphi_q$  – погрешности фазы на выходе  $p$ -ого и  $q$ -ого элементов решетки соответственно,

$W(\varphi_p, \varphi_q)$  – совместный закон распределения случайных величин  $\varphi_p, \varphi_q$ .

Отсюда следует, что для определения средней диаграммы направленности  $n$  – элементной СФАР необходимо знать  $n$  – мерный закон распределения фазовых флюктуаций в каналах решетки.

Анализ существующих схем СФАР с применением устройств ФАПЧ показывают, что все они могут быть представлены единой схемой (рис. 1), законы распределения фазовых погрешностей в различных каналах которой можно считать независимыми. Поэтому оценка характеристик направленности рассматриваемой антенны фактически сводится к определению одномерного закона распределения фазовых флюктуаций на выходе устройства ФАПЧ в канале СФАР.

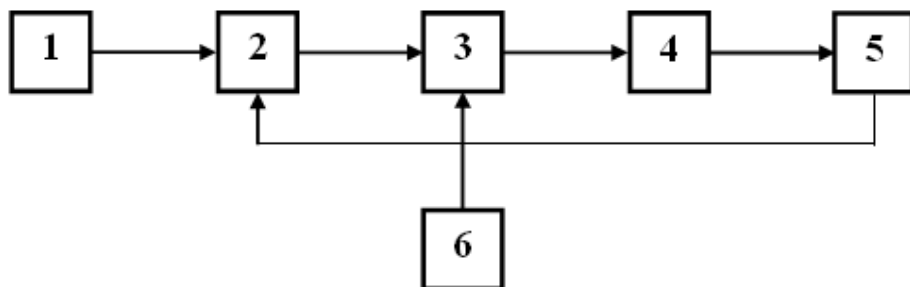


Рисунок 1 – Схема построения самофазирующейся антенной решетки  
 1 – антенна, 2 – смеситель, 3 – фазовый детектор, 4 – фильтр,  
 5 – синхронизируемый генератор, 6 – опорный генератор

Однако такая задача является достаточно сложной и в общем виде еще не решенной. Вместе с тем, известна методика определения закона распределения фазовых флюктуаций на выходе ФАПЧ для различных случаев соотношения между постоянной времени устройства ФАПЧ ( $T$ ) и временем корреляции скорости изменения фазовых флюктуаций на его входе ( $\tau'$ ).

Воспользуемся этой методикой для определения закона распределения фазовых флюктуаций на выходе ФАПЧ в канале рассматриваемой СФАР. Предварительно найдем уравнение фазы на выходе элемента антенной решетки относительно фазы опорного сигнала. При этом будем считать ФАПЧ четырехполюсником с коэффициентом передачи, равным 1, входящий в него фазовый детектор – линейным перемно-

жителем и зависимость средней частоты синхронизируемого генератора от напряжения на входе реактивной лампы – линейной. Тогда в результате преобразований уравнение фазы полезного сигнала на выходе элемента СФАР относительно фазы опорного сигнала можно записать в виде:

$$\varphi \approx \Delta_0 t + a\{(1 + E'_c/A + E_c/A_1) \sin \varphi + (E'_s/A + E_s/A_1) \cos \varphi\}t + \psi, \quad (2)$$

$$\text{где } a = \frac{\mu_1 \mu_2 \Delta \omega_y A_1 A_0 A}{4 U_{\Phi Д MAX}},$$

$\mu_1 \mu_2$  – коэффициенты преобразования смесителей в канале СФАР,

$\Delta \omega_y$  – полоса удержания устройства ФАПЧ,

$A_1 A_0 A$  – амплитуды принимаемого сигнала, опорного сигнала и сигнала синхронизируемого генератора соответственно,

$U_{\Phi Д MAX}$  – максимальное напряжение на выходе фазового детектора с учетом фильтрации,

$\Delta_0$  – начальная расстройка частоты,

$E_c, E_s$  – синфазная и квадратурная составляющие шума по отношению к полезному сигналу на выходе ФАПЧ,

$E'_c, E'_s$  – синфазная и квадратурная составляющие шума по отношению к опорному сигналу в канале опорного сигнала,

$$\psi = \varphi_0 + \varphi_1 - \varphi_2,$$

$\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$  – случайные фазы принимаемого сигнала, опорного сигнала и сигнала синхронизируемого генератора соответственно.

Определим закон распределения фазы на выходе элемента СФАР методом, основанным на теории марковских процессов. При этом должно выполняться неравенство (3):

$$\left( \frac{dF}{d\varphi} \right)_{\varphi=\varphi_0} \cdot \tau' \ll 1, \quad (3)$$

где  $F = \dot{\varphi} - \bar{\dot{\varphi}}$  – флуктуации частоты на выходе устройства ФАПЧ,

$$\dot{\varphi} = d\varphi/dt$$

$\varphi = \varphi_0$  – точка устойчивого равновесия устройства ФАПЧ,

$$\tau' = \frac{\int_0^\infty \overline{FF_\tau} d\tau}{(\overline{FF_\tau})_{\tau=0}} = \frac{\int_0^\infty \left\{ a^2 \left[ \frac{\overline{E'_c E'_{c\tau}}}{A^2} + \frac{\overline{E_c E_{c\tau}}}{A_1^2} \right] + \overline{\psi\psi_\tau} \right\} d\tau}{a^2 \left[ \frac{1}{N_2^2} + \frac{1}{N_1^2} \right] + \delta_\psi^2}$$

$\overline{FF_\tau}$  – корреляционная функция флюктуаций частоты на выходе устройства ФАПЧ,

$$N'_1 = \frac{E'_c}{A} = \frac{E'_s}{A}, \quad N'_2 = \frac{E_c}{A_1} = \frac{E_s}{A_1}, \quad N_1 = \frac{1}{N'_1}, \quad N_2 = \frac{1}{N'_2}$$

$\overline{\psi\psi_\tau}$  – корреляционная функция скорости изменения фазовых флюктуаций на входе устройства ФАПЧ,

$\delta_\psi^2$  – дисперсия скорости изменения фазовых флюктуаций на входе ФАПЧ.

При выполнении неравенства (3) закон распределения фазовых флюктуаций на выходе устройства ФАПЧ может быть определен из уравнения Фоккера-Планка:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} [K_2(\varphi)W(\varphi)] - \frac{\partial}{\partial \varphi} \left\{ \left[ K_1(\varphi) + \frac{1}{4} K'(\varphi) \right] W(\varphi) \right\} = 0 \quad (4)$$

где  $K_1(\varphi), K_2(\varphi), K'(\varphi)$  – структурные функции.

При этом

$$K'(\varphi) = 4 \int_0^\infty \frac{d\overline{F}}{d\varphi} F_\tau d\tau, \quad (5)$$

$$K_1(\varphi) = \overline{\dot{\varphi}}, \quad (6)$$

$$K_2(\varphi) = 2 \int_0^\infty \overline{FF_\tau} d\tau, \quad (7)$$

В результате вычислений получим:

$$K'(\varphi) = 0$$

$$K_1(\varphi) = \Delta_0 + a \sin \varphi,$$

$$K_2(\varphi) = 2 \int_0^\infty \left[ a^2 \left( \frac{\overline{E'_c E'_{c\tau}}}{A^2} + \frac{\overline{E_c E_{c\tau}}}{A_1^2} \right) + \overline{\psi\psi_\tau} \right] d\tau$$

Тогда уравнение (4) примет вид:

$$\frac{\partial^2 W(\varphi)}{\partial \varphi^2} - \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[ (D_0 + D_{\sin \varphi}) W(\varphi) \right] = 0, \quad (8)$$

$$\text{где } D_0 = \frac{2\Delta_0}{K_2}; \quad D = \frac{2a}{K_2}$$

Решая уравнение (8) относительно функции  $W(\varphi)$ , получим:

$$W(\varphi) = \frac{e^{D_0\varphi - D\cos\varphi}}{4\pi^2 |I_{jD_0}(D)|^2} \int_{\varphi}^{\varphi + \pi} e^{-D_0x + D\cos x} dx, \quad (9)$$

где  $I_{jD_0}(D)$  – функции Бесселя мнимого аргумента.

Практически наиболее интересен случай, когда начальная расстройка  $\Delta_0$  равно 0. Решение (9) при этом условии примет вид:

$$W(\varphi) = \frac{e^{-D\cos\varphi}}{2\pi I_0(D)}, \quad (10)$$

Тогда

$$\overline{\Phi} = (\theta, \varphi) = F_0^2(\theta, \varphi) \left[ n + \frac{I_1^2(D)}{I_0^2(D)} (n^2 - n) \right], \quad (11)$$

Относительное ослабление принимаемой СФАР мощности за счёт фазовых погрешностей устройства ФАПЧ определяется соотношением:

$$v = 1 - \frac{\overline{\Phi}(\theta, \varphi)}{\Phi(\theta, \varphi)} = \left( 1 - \frac{1}{n} \right) \left( 1 - \frac{I_1^2(D)}{I_0^2(D)} \right), \quad (12)$$

При  $\delta_{\psi}^2 \ll a^2 \left[ \frac{1}{N_1^2 + N_2^2} \right]$  и  $\varphi_0 = 0$  неравенство (3) с учетом (2) запишется

соответственно в виде:

$$a \left( 1 + \frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2} \right) \tau_m \ll 1, \quad (13)$$

$$a \left( 1 + \frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2} \right) \tau \ll 1, \quad (14)$$

где  $\tau_m$  – время корреляции шума на входе ФАПЧ со стороны опорного и принимаемого сигналов,

$\tau$  – время корреляции скорости фазовых флюктуаций на входе ФАПЧ.

Значение параметра  $D$  при выполнении неравенств (13, 14) определяется соответственно равенствами:

$$D = \frac{N_1^2 N_2^2}{(N_1^2 + N_2^2) a \tau_{ш}} \quad (15)$$

$$D = \frac{a}{\delta_{\psi}^2 \tau} \quad (16)$$

График зависимости  $\frac{v}{1-\frac{1}{n}}$  от  $D$  представлен на рисунке 2.

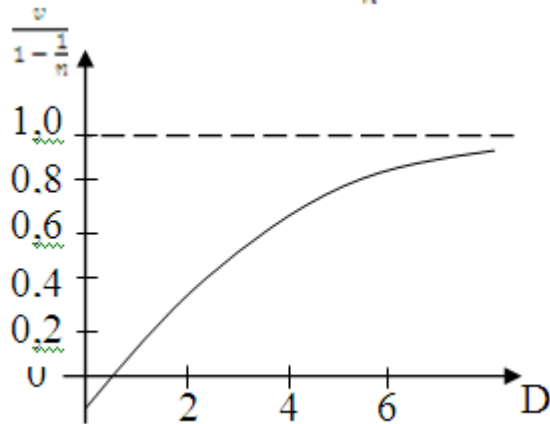


Рисунок 2 – Зависимость приведенного значения относительно ослабления принимаемой СФАР мощности  $\frac{v}{1-\frac{1}{n}}$  от параметра  $D$ .

Теперь определим закон распределения фазы на выходе элемента СФАР квазистатическим методом. При этом должно выполняться неравенство [4]:

$$\left(\frac{dF}{d\varphi}\right)_{\varphi=\varphi_0} \cdot \tau' \gg 1, \quad (17)$$

Выражение скорости флуктуаций фазы на выходе устройства ФАПЧ в канале СФАР с учётом (2) примет вид:

$$F = a \left\{ \left(1 + \frac{E'_C}{A} + \frac{E_C}{A_1}\right) \sin \varphi + \left(\frac{E'_S}{A} + \frac{E_S}{A_1}\right) \cos \varphi \right\} + \psi \quad (18)$$

В соответствии с квазистатическим методом ( $F = \dot{\psi} = 0$  и полагая  $\operatorname{tg} \varphi \approx \varphi$  из (18) получим:

$$\varphi = \pi - \frac{\frac{E'_S}{A} + \frac{E_S}{A_1}}{1 + \frac{E'_C}{A} + \frac{E_S}{A_1}} \quad (19)$$

Можно показать, что закон распределения фазовых флуктуаций, определяемых уравнением (2), является нормальным со средним значением, равным  $\pi$ , и дисперсией

$$\delta_\varphi^2 = \frac{N_1^2 + N_2^2}{N_1^2 N_2^2}.$$

Тогда выражения средней диаграммы направленности СФАР по мощности и относительного ослабления принимаемой СФАР мощности, за счёт фазовых погрешностей устройств ФАПЧ определяется соответственно в виде:

$$\bar{\Phi}(\theta, \varphi) = F_0^2(\theta, \varphi) [n + (n^2 - n)e^{-\delta_\varphi^2}], \quad (20)$$

$$v = \left(1 - \frac{1}{n}\right) (1 - e^{-\delta_\varphi^2}), \quad (21)$$

Таким образом, полученные соотношения позволяют оценить величину относительного ослабления мощности принимаемого СФАР сигнала при использовании инерционных и без инерционных устройств ФАПЧ.

#### *Литература*

1. Методические материалы по обучающему комплексу по направлению подготовки 090900 информационная безопасность квалификация (степень) бакалавр и магистр: Санкт-Петербург 2013 г.
2. Соляной, В. Н., Сухотерин, А. И. Взаимодействие человека, техники и природы: проблема информационной безопасности [Текст] / В. Н. Соляной, А. И. Сухотерин // Вопросы региональной экономики. – №5 (05). – 2010г.
3. Информационно – методический журнал: «Защита информации» INSIDE №5 сентябрь-октябрь 2013г. 95 с.
4. Современные проблемы радиоэлектроники. Сборник научных трудов. Вестник СНИИР, Москва: Радио и связь, 2006 г.
5. Кузовкин, И. Н., Петров, А. С. Миниатюрные СВЧ-устройства деления-суммирования мощности [Текст] / И. Н. Кузовкин, А. С. Петров // Москва: Успехи современной радиоэлектроники. – № 12. – 2004 г.
6. Меньшаков, Ю. К. Основы защиты от технических разведок [Текст] / Ю. К. Меньшаков // Москва, издат-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2011 г.
7. Трошкин, Г. И. Фидерные тракты средств радиосвязи и радиовещания [Текст] / Г. И. Трошкин // Москва: Антенны. – № 3. – 2001 г.
8. Шифрин, Я. С. Вопросы статической теории антенн [Текст] / Я. С. Шифрин // М.: Сов.радио. – 1970.
9. Стратонович, Р. Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике [Текст] / Р. Л. Стратонович // М.: Сов.радио. – 1961 г.