УДК 629.7.023:51-74

Метод расчёта квазистатической надёжности конструкции технических систем, используемых при разработке ракетно-космической техники

В.М. Дубровин, к.т.н., доцент,
доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика»,
Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана,
г. Москва,
К.С. Семенов, инженер I категории, РКК «Энергия», Центр Управления Полетами, г. Королев,
Московская область,
В.Г. Исаев, к.т.н., доцент,
заведующий кафедрой «Управление качеством и стандартизации»,
М.Д. Озерский, д.т.н., с.н.с.,
профессор кафедры «Управление качеством и стандартизации»,
Государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования Московской области
«Технологический университет», г. Королев, Московская область

Рассматривается техническая система, содержащая несколько конструктивных элементов, работающих под действием комплекса внешних нагрузок. Примерами таких систем могут являться агрегаты и системы, используемые при создании ракетно-космической техники. Отмечено, что отказом конструкции подобных технических систем считается наступление хотя бы одного из таких состояний как потеря прочности, потеря устойчивости, появление недопустимых упругих деформаций, появление недопустимых пластических деформаций. Для систем такого типа предложен метод расчёта надёжности по критерию наступления одного или нескольких предельных состояний конструкции элементов.

Техническая система, предельное состояние, прочность, критерий надёжности.

Method of calculation of quasistatic reliability of the design of the technical systems used when developing the missile and space equipment

V.M. Dubrovin, candidate of engineering sciences, associate professor, associate professor «Calculus mathematics and mathematical physics»,
Bauman Moscow State Technical University, Moscow,
K.S. Semenov, RSC «Energy» in the mission control center,
Korolev, Moscow region,
V.G. Isaev, candidate of engineering sciences, associate professor managing a department management by quality and standardizations,
M.D. Ozerskii, doctor of engineering sciences, professor of department Management by quality and standardizations,
State Educational Institution of Higher Education
Moscow Region «University of technology», Korolev, Moscow region

The technical system containing several structural elements working under the influence of a complex of external loadings is considered. The units and systems used during creation of the missile and space equipment can be examples of such systems. It is noted that refusal of a design of similar technical systems approach at least of one of such states as loss of durability, stability loss, emergence of inadmissible elastic deformations, emergence of inadmissible plastic deformations is considered. For systems of this kind the method of calculation of reliability by criterion of approach of one or several limit conditions of a design of elements is offered.

Technical system, limit state, strength, reliability test.

Надежность конструкции является важнейшим показателем качества технической системы, особенно для агрегатов и систем ракетно-космической техники (РКТ). При этом отказом конструкции технической системы считается наступление хотя бы одного из возможных состояний: потеря прочности, потеря устойчивости, появление недопустимых упругих деформаций, появление недопустимых пластических деформаций. В этом случае под предельным состоянием понимается такое, при котором нагрузка, действующая на конструкцию, становится равной нагрузке, соответствующей исчерпанию несущей способности. Вероятность отсутствия предельных состояний (вероятность неразрушения) является критерием надёжности конструкции [1–4].

Авторами предложен следующий метод расчета квазистатической надёжности (вероятности неразрушения конструкции). Близость состояние конструкции к предельному можно характеризовать критическими параметрами, поэтому вероятность неразрушения в принципе рассчитывается как параметрическая надёжность. Критические параметры конструкции агрегатов и систем РКТ зависят одновременно от двух групп случайных факторов: факторов, определяющих нагрузку, и факторов, определяющих несущую способность. Случайный характер несущей способности обусловлен разбросом физико-механических свойств конструкционных материалов и погрешностями изготовления, в частности наличием допусков на размеры. Нагрузки, действующие на конструкцию, также имеют случайный характер, обусловленный условиями эксплуатации системы.

Случайные вариации большинства возмущающих факторов происходят во времени, поэтому нагрузки и несущая способность конструкции имеет характер случайных процессов. Однако, если этой зависимостью нагрузок и несущей способностью от времени пренебречь, полагая их консервативными случайными величинами, то будем иметь квазистатический метод расчёта надёжности конструкций. Применение квазистатических методов в расчётах надёжности может быть обосновано тем, что детерминированные расчёты конструкции на прочность и устойчивость проводится для определённых моментов времени, так называемых расчётных случаев [5–8].

В качестве критического параметра, характеризующего близость конструкции к тому или иному предельному состоянию можно принимать либо разность между несущей способностью R и нагрузкой S, либо их отношение. В первом случае вероятность неразрушения равной вероятности того что R-S>0. Во втором случае критический параметром является коэффициент запаса прочности или коэффициент запаса устойчивости $\frac{R}{S}$, а вероятность неразрушения равна вероятности того, что $\frac{R}{S} > 1$ [9–11].

Если рассматривать надёжность конструкции, используя в качестве критических параметров разности между несущими способностями элементов и нагрузками, что возможны при предельных состояниях:

- по прочности $U = R_1 - S_1$;
- по устойчивости $V = R_2 - S_2$; (1)
- по деформациям $W = R_3 - S_3$.

Здесь S_1– нагрузка, при возрастании которой возможно разрушение конструкции в результате потери прочности;

R_1– несущая способность конструкции по прочности, т.е. разрушающая нагрузка, вызывающая потерю прочности;

S_2 – нагрузка, способная привести к потере устойчивости конструкции;

R_2 – несущая способность конструкции по устойчивости (критическая сила);

S_3– упругая или пластическая деформация, способная привести к потере работоспособности конструкции;

R_3 – несущая способность конструкции по упругим или пластическим деформациям.

Конечно, возможны и другие виды предельных состояний, например, предельное состояние по усталостной прочности в случае действия на конструкцию циклической нагрузки или длительной прочности при нахождении конструкции значительный период времени под нагрузкой. Однако при оценке квазистатической надёжности конструкций, когда рассматривается надёжность в фиксированный момент времени, основными предельными состояниями являются перечисленные выше. В общем случае, вероятность неразрушения конструкции есть вероятность отсутствия всех трёх предельных состояний

$$P = вер(U > 0, V > 0, W > 0)$$

Для трёх предельных состояний вероятность неразрушения конструкции,

$$P(U > 0, V > 0, W > 0) = \int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty f(u, \vartheta, w) du d\vartheta dw$$

Где $f(u, \vartheta, w)$ – плотность совместного распределения случайных величин *u, v, w*.

Согласно [9], маловероятны случаи нагружения конструкции, когда все три предельных состояния представляли бы в равной степени опасность. Поэтому достаточно ограничиться рассмотрением двух возможных предельных состояний, а иногда - только одного. Для случая двух возможных предельных состояний вероятность неразрушения равна

$$P(U > 0, V > 0) = \int_0^\infty\int_0^\infty f(u, \vartheta) du d\vartheta$$

где $f(u, \vartheta)$ – плотность совместного распределения случайных величин *u* и *v*.

Как показано в работах [12–14], случайные величины U, V распределены либо по нормальному закону, либо по закону близкому к нормальному. В общем случае их можно считать коррелированными. Тогда плотность совместного распределения двух случайных величин может быть представлена в виде

$$f(u, \vartheta) = \frac{1}{2\pi\sigma_u\sigma_\vartheta\sqrt{1 - r_{u\vartheta}^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1 - r_{u\vartheta}^2)}\left[\left(\frac{u - m_u}{\sigma_u}\right)^2 - \frac{2r_{u\vartheta}(u - m_u)(\vartheta - m_\vartheta)}{\sigma_u\sigma_\vartheta} + \left(\frac{\vartheta - m_\vartheta}{\sigma_\vartheta}\right)^2\right]\right\}$$

Здесь m_u, m_ϑ – математические ожидания случайных величин;

$\sigma_u, \sigma_\vartheta$ – среднее квадратическое отклонение случайных величин;

$r_{u\vartheta}$ – коэффициент корреляции случайных величин.

При этом

$$m_u = m_{R_!} - m_{s_1},$$

$$m_\vartheta = m_{R_{2!}} - m_{s_2}$$

$$\sigma_u^2 = \sigma_{R_1}^2 + \sigma_{s_1}^2 - 2r_{R_1 s_1}\sigma_{R_1}\sigma_{s_1},$$

$$\sigma_\vartheta^2 = \sigma_{R_2}^2 + \sigma_{s_2}^2 - 2r_{R_2 s_2}\sigma_{R_2}\sigma_{s_2},$$

$$r_{u\vartheta} = \frac{K_{u\vartheta}}{\sigma_u\sigma_\vartheta},$$

$$K_{u\vartheta} = r_{R_1R_2}\sigma_{R_1}\sigma_{R_2} + r_{s_1s_2}\sigma_{s_1}\sigma_{s_2} - r_{R_1s_2}\sigma_{R_1}\sigma_{s_2} - r_{R_2s_1}\sigma_{R_2}\sigma_{s_1},$$

где $m_{R_!}, m_{s_1}, m_{R_{2!}}, m_{s_2}$ – математические ожидания случайных величин соответственно;

$\sigma_{R_1}, \sigma_{s_1}, \sigma_{R_2}, \sigma_{s_2}$ – среднее квадратическое отклонение случайных величин;

$r_{R_1s_{12}}$ – коэффициент корреляции случайных величин R_1, S_1;

$r_{R_1s_2}$ –коэффициент корреляции случайных величин R_2, S_2;

$r_{R_1R_2}$ –коэффициент корреляции случайных величин R_1, R_2;

$r_{s_1s_2}$ –коэффициент корреляции случайных величин S_1, S_2;

$r_{R_1s_2}$ – коэффициент корреляции случайных величин R_1, S_2;

$r_{R_2s_1}$ – коэффициент корреляции случайных величин R_2, S_1;

$K_{u\vartheta}$ – корреляционный момент случайных величин U и V.

Если обозначить

$$x = \frac{m_u - U}{\sigma_u},\quad y = \frac{m_\vartheta - V}{\sigma_\vartheta},$$

то $P(U>0,V>0)=\int\limits_{-\infty}^{\alpha}\int\limits_{-\infty}^{\beta} f(x,y)dxdy$,

где $\alpha=\dfrac{m_u}{\sigma_u}$, $\beta=\dfrac{m_\vartheta}{\sigma_\vartheta}$,

$$f(x,y)=\frac{1}{2\pi\sqrt{1-r_{u\vartheta}^2}}\exp\left\{-\frac{x^2-2r_{u\vartheta}xy+y^2}{2\left(1-r_{u\vartheta}^2\right)}\right\},$$

Тогда вероятность ненаступления хотя бы одного предельного состояние (вероятность неразрушения) может быть выражена с помощью табулированных функций $\Phi(x)$, $T(h,a)$ в виде

$$P(U>0,V>0)=\frac{1}{2}\Phi(\alpha)+\frac{1}{2}\Phi(\beta)-T(\alpha,a)-T(\beta,b)$$

где. $a=\dfrac{\beta-\alpha r_{u\vartheta}}{\alpha\sqrt{1-r_{u\vartheta}^2}}$, $b=\dfrac{\alpha-\beta r_{u\vartheta}}{\beta\sqrt{1-r_{u\vartheta}^2}}$

Таким образом, для расчёта вероятности неразрушения в случае двух предельных состояний, достаточно знать числовые характеристики нагрузок и несущих способностей конструкции.

Если параметры U и V не коррелированы, то вероятность неразрушения.

$P(U>0,V>0)=P(U>0)P(V>0)=\Phi(\alpha)\Phi(\beta)$

Последнее выражение можно использовать и при наличии корреляции параметров U и V, если надёжность конструкции достаточно велика $\left(P(U>0,V>0)\approx 1\right)$. В этом случае, согласно [15,16] влияние коэффициента корреляции $r_{u\vartheta}$ мало. Для одного предельного состояния вероятность его ненаступления (вероятность неразрушения) равна

$P(U>0)=\Phi(\alpha)$.

При расчёте надёжности конструкции можно использовать безразмерные параметры:

$\eta=\dfrac{m_R}{m_s}$ – коэффициент надёжности;

$V_R=\dfrac{\sigma_R}{m_R}$ – коэффициент вариации несущей способности;

$V_s=\dfrac{\sigma_s}{m_s}$ – коэффициент вариации нагрузки.

В случае одного предельного состояние при отсутствии корреляции между несущей способностью конструкции и нагрузкой, величина $\alpha=\dfrac{m_R-m_s}{\sqrt{\sigma_R^2+\sigma_s^2}}$ может быть представлена виде

$$\alpha=\frac{\eta-1}{\sqrt{\eta^2V_R^2+V_s^2}}.$$

Тогда вероятность неразрушения будет функцией трёх переменных $P(U>0)=p(\eta,V_R,V_s)$, что иногда позволяет упростить процесс вычисления надёжности конструкции.

Для анализа влияния на надёжность конструкции вариации нагрузки и несущей способности в рассмотрение вводятся относительные предельные отклонения:

-несущей способности $\xi_R=\dfrac{\Delta_R}{m_R}$,

-нагрузки $\xi_s=\dfrac{\Delta_s}{m_s}$.

Здесь Δ_R и Δ_s предельные отклонения несущей способности и нагрузки. Для нормального распределения параметров с учётом правила «трёх сигм» имеем

$$\Delta_R=3\sigma_R,\ \Delta_s=3\sigma_s$$

Зависимости надёжности конструкций от относительных предельных отклонений нагрузки и несущей способности для различных значений коэффициента надёжности η представлены на рисунках 1–4.

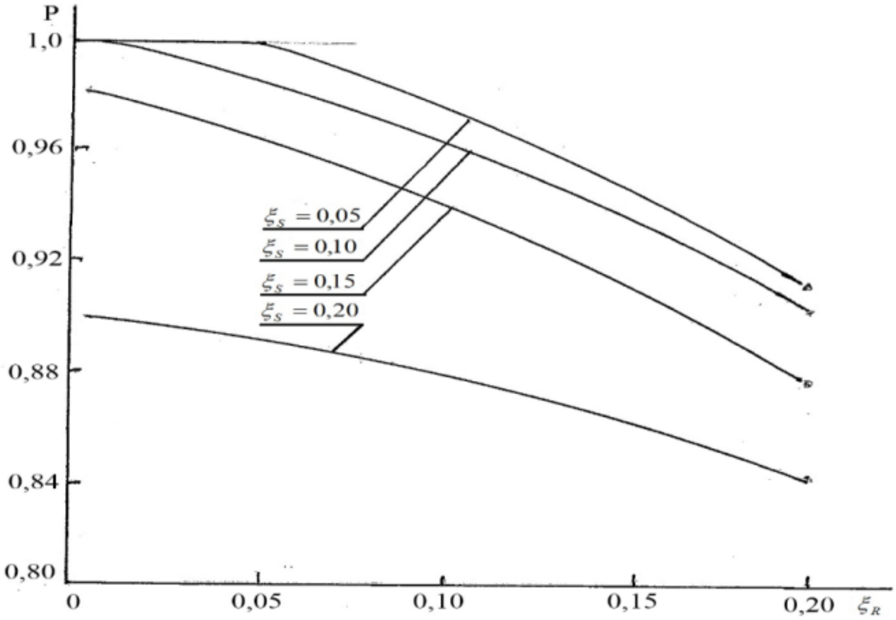

Рисунок 1 – Зависимость надежности конструкции от относительных отклонений нагрузки и несущей способности (коэффициент надежности $\eta = 1{,}1$)

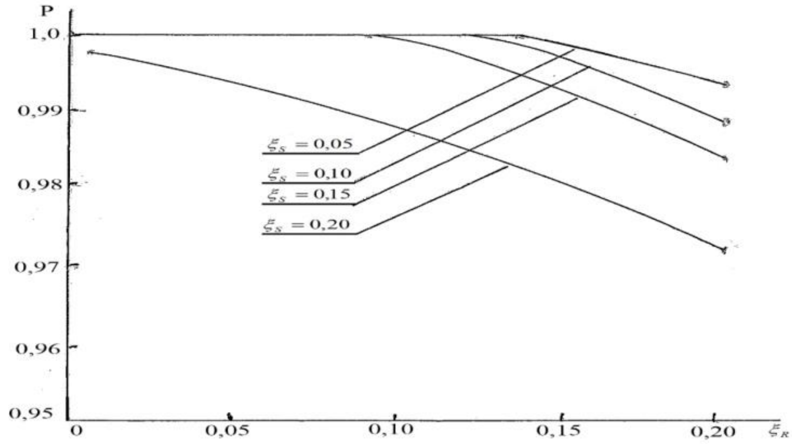

Рисунок 2 – Зависимость надежности конструкции от относительных отклонений нагрузки и несущей способности (коэффициент надежности $\eta = 1{,}2$)

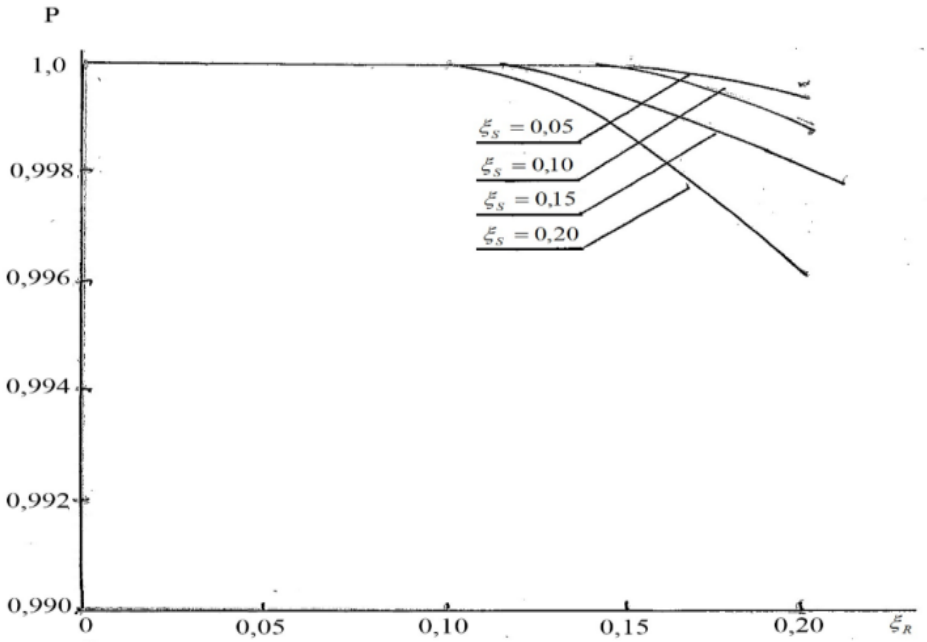

Рисунок 3 – Зависимость надежности конструкции от относительных отклонений нагрузки и несущей способности (коэффициент надежности $\eta = 1{,}3$)

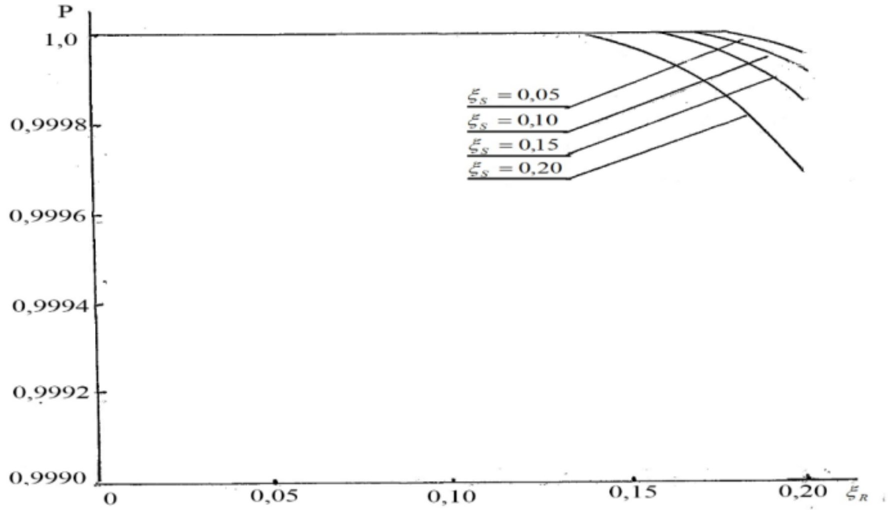

Рисунок 4 – Зависимость надежности конструкции от относительных отклонений нагрузки и несущей способности (коэффициент надежности $\eta = 1{,}4$)

Анализ графиков, представленных на рисунках, показывает, что влияние относительных предельных отклонений на надёжность конструкции снижается при увеличении коэффициента надёжности и относительного предельного отклонения нагрузки ξ_R и уменьшения относительного предельного отклонения несущей способности ξ_s.

Таким образом, предложенный авторами метод позволяет оценить надёжность конструкции агрегатов и систем ракетно-космической техники, являющихся сложными техническими системами, работоспособность которых определяется несколькими предельными состояниями. При этом под несущей способностью системы следует понимать предельный уровень воздействия на систему, при котором она не теряет работоспособности (продолжает функционировать). А под нагрузкой – уровень воздействия внешних факторов, влияющих на работу способность системы.

Литература

1. Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надежности // М.: Советское радио. 1969. 488 с.
2. Садыхов Г.С. Критерии оценок безопасной эксплуатации технических объектов // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2005. № 1. 119-122 с.
3. Садыхов Г.С., Кузнецов В.И. Основы выбора безопасных периодов эксплуатации объектов // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2005. № 4. 96-99с.
4. Дубровин В.М., Дубровин С.В. Надежность конструкции при сложном комбинированном нагружении // Надежность и контроль качества. 1999. № 2. 19-24с.
5. Острейковский В.А. Теория надежности // М.: Высшая школа. 2003. 463 с.
6. Алон Н., Спенсер Дж. Вероятностный метод // М., БИНОМ. 2011. 320 с.
7. Аксенчик А.В. Теория вероятностей и математическая статистика // Мн.: БГУИР. 2011. 184 с.
8. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности // СПб.: БХВ-Петербург. 2006. 702 с.
9. Александровская Л.Н., Афанасьев А.П., Лисов А.А. Современные методы обеспечения безотказности сложных технических систем // М.: Логос. 2001. 208 с.
10. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика // М.: Физматлит. 2002. 496 с.
11. Алгазин О.Д., Бутина Т.А., Дубровин В.М. К вопросу об оценке надежности и работоспособности конструкции при импульсном нагружении // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Спец. вып. «Математическое моделирование». 2011. 70–72с.
12. Димитриенко Ю.И. Нелинейная механика сплошной среды // М.: Физматлит. 2009. 624 с.
13. Димитриенко Ю.И. Универсальные законы механики и электродинамики сплошной среды Т 2 // М., изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2011. 559 с.
14. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения // М.: Издательский центр «Академия». 2003. 464 с.
15. Булинский А.В., Ширяев А.Н. Теория случайных процессов // М.: Физматлит. 2005. 408 с.
16. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников // М.: Физматлит. 2006. 816 с.