

Синтез оптимального сигнала передатчика, обеспечивающего максимальную помехоустойчивость аппаратуры авиационно-космических радиосистем при воздействии комплекса помех

С.Д. Храпов, аспирант,
А.В. Струкова, аспирант,
Государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования Московской области
«Технологический университет», г. Королев, Московская область

Рассмотрены и проанализированы вопросы, связанные с синтезом оптимального сигнала передатчика, обеспечивающего максимальную помехоустойчивость аппаратуры авиационно-космических радиосистем при воздействии комплекса помех. Рассмотрена задача отыскания сигнала, оптимального для обнаружения в негауссовской помехе. Проанализированы критерии выбора сигналов и накладываемые на них условия. Рассмотрены вариационные принципы синтеза сигналов. Приведены примеры решения задач синтеза передаваемых сигналов.

Авиационно-космические радиосистемы, максимальная помехоустойчивость аппаратуры приема сигналов, негауссовские помехи, квазидетерминированные колебания, синтез оптимального сигнала.

**Synthesis of optimal transmitter signal,
providing the maximum noise immunity of the equipment of aviation and space radio
systems under the influence of a complex of noise**

S.D. Khrapov, post-graduate student post-graduate student,
A.V. Strukova, post-graduate student,
State Educational Institution of Higher Education
Moscow Region «University of technology», Korolev, Moscow region

The questions related to the synthesis of the optimal signal of the transmitter providing the maximum mechanical stability of the equipment of aerospace radio systems under the influence of a complex of noise are considered and analyzed. The problem of finding the optimal signal for detection in non-Gaussian interference is considered. The criteria for the selection of signals and the conditions imposed on them are analyzed. Considered variational principles of synthesis signals. Examples of solving problems of synthesis of transmitted signals are given.

Aerospace radio systems, maximum noise immunity of signal receiving equipment, non-Gaussian noise, quasi-deterministic oscillations, synthesis of the optimal signal.

Введение. Как известно, первая сторона проектирования систем связи, является синтез оптимального алгоритма приема. Вторая, не менее важная, заключается в синтезе (выборе) такого сигнала, который бы обеспечивал максимальную помехоустойчивость при действии априорного комплекса помех [1-5]. Будем считать такой сигнал оптимальным, а задачу отыскания передаваемого сигнала, при условии, что прием для подбираемого сигнала все время остается оптимальным – синтезом оптимального сигнала [6-8]. Таким образом, достигается некоторая оптимизация линии связи в целом, так как наряду с оптимизацией приемника осуществляется и оптимизация передатчика.

Задача отыскания сигнала, оптимального для обнаружения в негауссовской помехе. В общем случае задача отыскания сигнала, оптимального для обнаружения в негауссовской помехе, может быть сформулирована следующим образом [7].

1. Представим негауссовскую произвольного вида помеху $n(t)$, воспользовавшись полигауссовским представлением случайных процессов, моделью с δ – коррелированными компонентами, различающимися средними $m_n(t)$, то есть

$$n(t) = \sum_{n=1}^N q_n N[m_n(t), \sigma^2], n = 1, N, 0 \leq t \leq T;$$

$$m_n(t) = \sum_{k=1}^{K_n} m_{nk} \Psi_k(t),$$

где использовано разложение средних каждой компоненты полигауссовской модели в ряд по системе ортогональных функций $\{\Psi_k(t)\}$.

Здесь K_n определяет размерность описываемого колебания.

2. Искомый сигнал $s(t)$ также будем искать в виде его разложения:

$$s(t) = \sum_k s_k \Psi_k(t), 0 \leq t \leq T$$

3. Можно показать, что для того, чтобы ошибка приема была минимальной, сигнал с коэффициентами разложения s_k должен быть ортогональным соответствующим средним $m_n(t)$, то есть определяться системой уравнений

$$\sum_{k=1}^{K_n} s_k m_{nk} = 0, n = \overline{1, N}. \quad (1)$$

Решая систему (1), найдем оптимальный сигнал с размерностью (базой) K_n .

Если известны производственно-эксплуатационные факторы аппаратуры авиационно-космических радиосистем, ограничивающие допустимую базу сигналов, то оценить величину K_n можно следующим образом:

$$\max K_n \leq \frac{2\pi}{\Delta\varphi} \times \frac{2\Delta F}{\Delta f} \times \frac{T}{\Delta t},$$

где $\Delta\varphi$, Δf , Δt – соответственно, разрешающая способность приемной и передающей аппаратуры по фазе, частоте и времени; 2π , $2\Delta F$ и T – пределы изменения этих параметров.

Затем, используя полигауссовскую аппроксимацию помехи [8], с ограниченным числом компонент с не более чем заданной размерностью $K_{n,\max}$ средних и с не более чем заданной сложностью корреляционных операторов, можно отыскать условно-оптимальный сигнал, то есть оптимальный сигнал со сложностью не выше заданной.

Критерии выбора сигналов. Как правило, в задачах построения систем обнаружения сигналов, исходят из условия минимума среднего риска R , который определяется матрицей плат за ошибки, априорными вероятностями наличия P_1 и отсутствия P_0 сигнала, способом обработки входного колебания $f[y]$ и ПРВ входного колебания при наличии сигнала $W\left(\frac{y}{s}\right)$ и его отсутствии $W\left(\frac{y}{0}\right)$.

В предположении оптимального приема, на этапе синтеза сигнала, минимизировать средний риск можно только за счет соответствующего выбора ПРВ $W\left(\frac{y}{s}\right)$, так как только эта величина зависит от сигнала.

Можно показать, что минимум среднего риска будет достигаться при максимизации разности между $W\left(\frac{y}{s}\right)$ и $W\left(\frac{y}{0}\right)$. Тогда, критерий выбора сигнала может быть сформулирован в виде требования максимизации величины

$$T_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \left[W\left(\frac{y}{s}\right) - W\left(\frac{y}{0}\right) \right]^2 dy, \quad (2)$$

что может быть достигнуто соответствующим выбором сигнала s .

Условие (2) эквивалентно минимизации соотношения

$$T_s = \int_{-\infty}^{\infty} W\left(\frac{y}{s}\right) W\left(\frac{y}{0}\right) dy. \quad (3)$$

Основная особенность критериев (2) и (3), точно так же как и других различных критериев качества обнаружения, состоит в том, что все они являются некоторыми функциями квадратичной формы

$$K_s = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} s(t_1) H(t_1, t_2) s(t_2) dt_1 dt_2, \quad (4)$$

где $s(t)$, $H(t_1, t_2)$ – функция, определяемая по корреляционной функции аддитивных помех $R(t_1, t_2)$ и импульсной переходной характеристике канала связи $h(\tau)$ из соотношения

$$H(t_1, t_2) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} h(\tau_1 - t_1) \theta(\tau_1, \tau_2) h(\tau_2 - t_2) d\tau_1 d\tau_2,$$

Функция $\theta(\tau_1, \tau_2)$ определяется из уравнения

$$\int_0^{\infty} \theta(\tau_1, \tau_2) R(\tau_2, \tau_3) d\tau_2 = \delta(\tau_1 - \tau_3),$$

где $\delta(\tau_1 - \tau_3)$ – дельта-функция.

При негауссовских аддитивных помехах, представленных смесью гауссовских случайных процессов, квадратичная форма (4) входит как слагаемое в функционал качества и, таким образом, хотя и не полностью, определяет его.

Условия накладываемые на сигнал. Условием физической реализуемости сигнала $s(t)$ является конечность его энергии \mathcal{E} :

$$\mathcal{E} = \int_{-\infty}^{\infty} [s(t)]^2 dt. \quad (5)$$

При выборе сигнала, кроме обязательного и важнейшего условия (5), очень часто учитывают требования заданных полосы частот $2\Delta\omega$ и длительности сигнала T .

Наиболее часто в теории сигналов используются определения длительности сигналов путем непосредственного указания интервалов времени $[0, T]$ или в форме эффективной длительности

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^2 [s(t)]^2 dt = T. \quad (6)$$

Аналогично указывается ширина полосы $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ или эффективной полосы

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |s(\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} [s'(t)]^2 dt = 2\Delta\omega. \quad (7)$$

Очень важное, с технической точки зрения, требование ограниченности изменения амплитуды сигнала

$$|s(t)| \leq C, \quad C = \text{const},$$

непосредственно использовать нельзя.

Его приходится формулировать, например, в виде

$$\int_{-\infty}^{\infty} [rs(t)]^{2n} dt = \int_{-\infty}^{\infty} [s(t)]^2 dt, \quad n = 2, 3, 4 \dots, \quad r = \text{const}, \quad (8)$$

и, подбирая величину r и показатель n , достигая требуемого пик-фактора, то есть отношения максимальной (пиковой) мгновенной мощности сигнала и его минимальной мгновенной мощности.

Вариационные принципы синтеза сигналов. Как уже было отмечено, функционал качества системы обнаружения зависит от квадратичной формы (4), поэтому синтез оптимального сигнала сводится к отысканию ее экстремума. Кроме того, на сигнал накладывается дополнительные условия вида

$$F_i[s] = \int_{-\infty}^{\infty} F_i[s(t), s'(t)] dt, \quad i = 0, 1, 2, \dots, \quad (9)$$

где s' – производная по времени.

В терминах вариационного исчисления все сказанное формулируется как задача отыскания условного экстремума функционала (4) с интегральными связями (9), которая решается следующим образом.

В начале, составляется новый функционал

$$J_s = K_s + \sum_i l_i F_i[s, s'], \quad (10)$$

где l_i – множитель Лагранжа.

После чего, исходя из необходимого условия достижения функционалом (10) экстремума при обращении в нуль его первой вариации

$$\delta_1 J_s = 0,$$

получается уравнение Эйлера

$$\int_0^{\infty} s(t_1) H(t_1, t_2) dt_1 + \sum_i l_i \left[\frac{\partial}{\partial s} F(s) \right] - \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial}{\partial s'} F[s, s'] \right] = 0. \quad (11)$$

Затем проверяется, является ли данный экстремум максимумом. Для этого необходимо, чтобы вторая вариация $\delta_2 J_s$ была меньше нуля, что может быть достигнуто подбором знаков постоянных коэффициентов l_i .

После этого, решается уравнение (11), которое, как правило, представляет собой линейное однородное интегро-дифференциальное уравнение с переменными параметрами.

Полученное решение определяет форму оптимального сигнала $s(t)$.

Решение задач синтеза сигналов передатчика. Рассмотрим, в качестве примеров, решения некоторых задач синтеза сигналов передатчика.

Пусть на передаваемый сигнал воздействует дельта-коррелированные помехи, то есть помехи типа «белого шума» со спектральной плотностью N_0 , $R(t_1, t_2) = N_0(t_1 - t_2)$ и $h(\tau) = \delta(\tau)$. При наложении условий (5) – (7) получаем уравнение

$$s''(t) + \frac{1}{l_2} \left(\frac{1}{N_0} - l_1 \right) s(t) + \frac{l_3}{l_2} t^2 s(t) = 0,$$

которому отвечают сигналы Эрмита (рисунок 1).

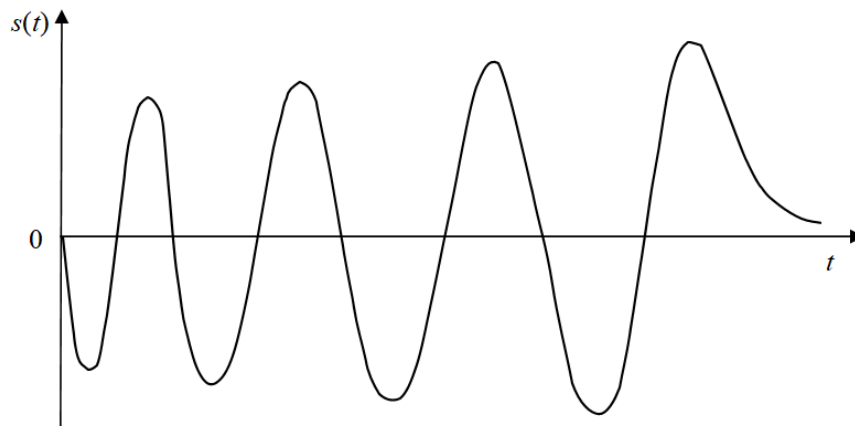


Рисунок 1 – Сигнал Эрмита

Эти сигналы обладают замечательным свойством круговой симметрии тела неопределенности, что обеспечивает в радиоприемниках независимость ошибок при одновременной оценке дальности и скорости движения лоцируемого объекта.

При наложении на сигнал заданных требований по энергии (5), полосы частот (7) и пикового значения (8) получается уравнение

$$s''(t) + l_1 s(t) - l_3 s^3(t) = 0, 0 \leq t \leq T, n = 2,$$

приводящее к сигналам имеющих вид функций эллиптического синуса (рисунок 2).

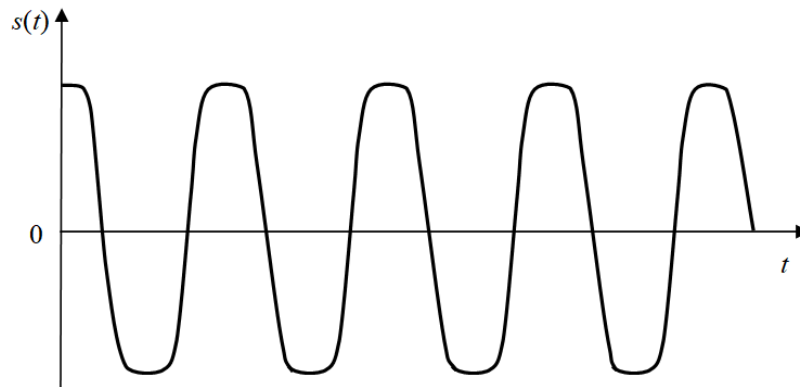


Рисунок 2 – Сигнал с ограниченным пик-фактором

Из графика этой функции видно, что по сравнению с обычной гармоникой этот сигнал имеет более плоскую вершину, что вызвано ограничением амплитуды колебания, заданным пик-фактора.

При воздействии на передаваемый сигнал экспоненциально-коррелированных помех $R(t_1, t_2) = \sigma^2 \exp\{-\alpha|t_1 - t_2|\}$, $h(\tau) = \delta(\tau)$ и введении условий на заданные величины энергии и эффективной длительности, приходим к уравнению

$$(l_1 + l_2 t^2) s''(t) + 4l_2 t s'(t) + (2l_2 + \sigma^2 - l_1 \alpha^2 - l_2 \alpha^2 t^2) s(t) = 0,$$

при решении которого получается форма сигнала, представленная на рисунке 3.

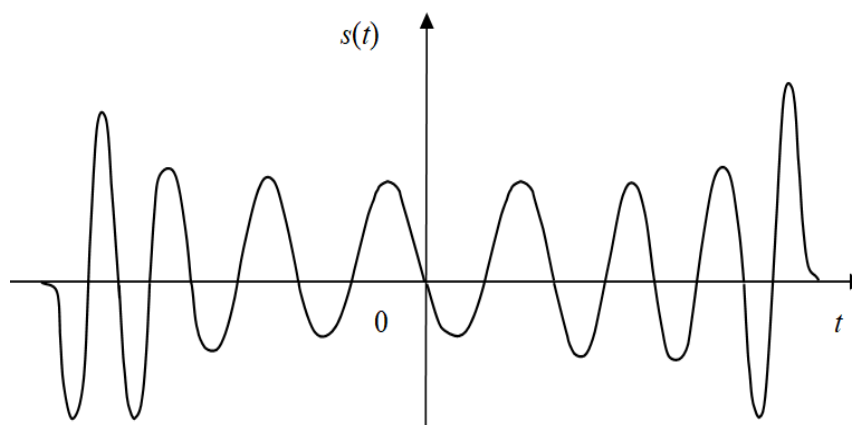


Рисунок 3 – Оптимальный сигнал при воздействии экспоненциально-коррелированных помех

Выводы. Таким образом, рассмотрен алгоритм, позволяющий осуществить синтез (выбор) такого сигнала передатчика аппаратуры авиационно-космических радиосистем, который бы обеспечивал максимальную помехоустойчивость при действии априорного комплекса помех.

Рассмотрены критерии выбора сигналов. Показано, что в задачах построения систем обнаружения сигналов, исходят из условия минимума среднего риска, который определяется матрицей плат за ошибки, априорными вероятностями наличия и отсутствия сигнала, способом обработки входного колебания и плотностью распределения вероятностей входного колебания при наличии сигнала и его отсутствии. На этапе синтеза сигнала, в предположении оптимального приема, минимизировать средний риск можно только за счет соответствующего выбора плотности распределения вероятностей входного колебания, при наличии сигнала.

Рассмотрены вариационные принципы синтеза сигналов, а также условия, накладываемые на сигнал. Приведены решения задач синтеза сигналов передатчика для некоторых частных случаев.

Литература

1. Артющенко В.М., Воловач В.И. Измерение информационных параметров сигнала в условиях воздействия аддитивных негауссовских коррелированных помех // Автометрия, 2016. Т. 52. № 6. С. 22-28.
2. Артющенко В.М., Воловач В.И. Анализ влияния аддитивных негауссовских помех на точность измерения параметров движения в радиосистемах ближнего действия // Нелинейный мир, 2015. Т. 13. № 1. С. 16-30.
3. Артющенко В.М., Воловач В.И. Анализ математических моделей информационных параметров сигналов, обрабатываемых радиолокационными устройствами наблюдения ближнего действия // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника, 2014. № 5. С. 14-20.
4. Артющенко В.М., Воловач В.И. Нелинейное оценивание параметров сигнала при воздействии узкополосных негауссовских помех // Автометрия, 2019. Т.55, № 1. С.80-88.
5. Артющенко В.М., Воловач В.И. Описания сигналов и помех в радиолиниях авиационно-космических радиосистем с помощью полигауссовских моделей // Информационно-технологический вестник, 2018. № 4 (18). С.3-12.
6. Гуткин Л.С. Оптимизация радиоэлектронных устройств // М.: Сов. радио, 1975.
7. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники // М.: Сов. Радио, 1974. 552 с.
8. Трофимов А.Т., Чебдаров Ш.М. О выборе сигналов для дискретных систем связи, подверженных действию комплексных помех. В кн.: Прием и обработка информации в сложных информационных системах, вып.6. // Казань: Изд-во Казанского университета, 1978.