УДК 621.398

Способы представления данных полусловами-остатками для повышения достоверности передачи информации

А.П. Мороз, доктор технических наук, профессор МГОТУ,
Академик Российской академии космонавтики,
Государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования Московской области
«Технологический университет», г. Королев, Московская область,
Д.Н. Прасолов, инженер 1-й категории, Акционерное общество «Научно-производственное объединение измерительной техники» (АО «НПО ИТ»),
г. Королев, Московская область

Рассмотрены два способа и методика передачи данных полусловами-остатками для класса непрерывных параметров с минимизацией ошибки при одиночных искажениях бит в словах. Показано, что представление данных полусловами-остатками по сравнению с обычным двоичным кодом позволяет существенно повысить достоверность измерений при одиночных искажениях бит в словах.

Непрерывность параметра, полуслова-остатки, достоверность измерений.

Ways of data presentation by half-words-rests for increase of reliability of transfer of the information

Al.P. Moroz, doctor of science, Professor of the ITUS Departament,
Academician of the Russian Academy of Sciences,
State Educational Institution of Higher Education
Moscow Region «University of technology», Korolev, Moscow region,
D.N. Prasolov, engineer, Joint stock company «Scientific and Production Association of Measuring Equipment» (JSC «NPO IT»), Korolev, Moscow region

Two ways and a technique of data transmission by half-words-rests for a class of continuous parameters with minimization of a mistake are considered at single distortions of bats in words. It is shown, that data presentation by half-words-rests in comparison with a usual binary code allows to raise essentially reliability of measurements at single distortions of bats in words.

A continuity of parameter, a half-word-rests, reliability of measurements.

Одно из перспективных направлений в области помехоустойчивой передачи телеметрической информации связано с разработкой методов проблемно-ориентированного кодирования. Оно базируется на использовании специфических особенностей различных классов передаваемых данных. Прежде всего, это относится к такой отличительной особенности данных, как структурная избыточность измерительной информации и наличие у телеметрируемых процессов свойств непрерывности. Одна из возможностей полезного использования свойств непрерывности телеметрируемых процессов и структурной избыточности телеметрической информации связана с переходом к представлению результатов телеизмерений в остаточных классах. Основная его суть заключается в том, что в произвольный момент времени t_j значение телеметрируемого параметра (ТМП) $x(t_j)$ может быть однозначно представлено остатками $\{b_1, b_2,...,b_k\}$ от деления дискретно-квантованных значений $x(t_j)$ на модули сравнения $\{m_1, m_2,..., m_k\} \in Z$, Z - множество целых чисел [1]. При этом вместо квантованного значения результата телеизмерений $x(t_j)$ передаче подлежит сообщение, составленное из значений остатков $b_1, b_2, ..., b_k$. Основной возникающий при этом положительный эффект обусловлен переходом от позиционной системы представления данных к смешанной (модулярной) системе (позиционной в части представления значений остатков и одновременно непозиционной вследствие независимости результата от позиционного расположения остатков различных модулей сравнения) [2].

Для класса телеметрируемых процессов, обладающих априорно известными свойствами непрерывности, предлагается способ передачи, который заключается в передаче только одного остатка $b_1(t_j)(mod\ m_1)$ параметра $x(t_j)$ с дублированием его в двух полусловах каждого слова. Для определённости в конкретном примере рассматриваются восьмиразрядные слова. Однако при таком представлении передаваемых данных оказывается невозможным точное восстановление на приёмной стороне истинных значений тех передававшихся результатов телеметрических измерений, которые были приняты после первого потерянного или искаженного в процессе передачи слова, хотя бы одного.

Для устранения указанного недостатка в моменты обнуления остатка $b_1(t_j)(mod\ m_1) = 0$, т.е. при появлении нулей в четырёх младших разрядах передаваемого слова, вместо дублирования полуслов в четырех старших разрядах слова передается результат $b_2(t_j)$ сравнения параметра $x(t_j)$ по модулю $m_2 = m_1 - 1$. Шкала телеметрирования в этом случае окажется поделенной на множество узких неперекрывающихся шкал представления результатов телеизмерений, ограниченных модулем m_1. При этом подставленное значение $b_2(t_j)$ результата сравнения параметра $x(t_j)$ по модулю m_2 в двоичном коде будет признаком соответствующей узкой шкалы, за которым последуют значения остатков $b_1(t_{j+1})(mod\ m_1)$, $b_1(t_{j+2})(mod\ m_1)$, … информационных слов в пределах данной узкой шкалы.

В предлагаемой методике рассматривается преобразование с использованием двух модулей сравнения $m_1 = 16$, $m_2 = 15$. Исходные данные составляют диапазон значений от 0 до 255 (шкала измерений), который превосходит диапазон, образованный с помощью модулей сравнения ($m_1 \times m_2 = 240$), на 15 единиц (на 6% шкалы).

Полученные в результате преобразования два полуслова-остатка можно рассматривать с точки зрения традиционного позиционного представления как одно восьмиразрядное слово данных [3, 4]. Указанные слова с дублированием остатков восстанавливаются при приеме таким образом, что значения двоичных слов умножаются на коэффициент k [1]

$$k = 1/(m_1 + 1) = 1/(2^4 + 1) = 1/17. \quad (1)$$

В рассмотренной методике передачи данных признаки узких шкал должны передаваться в момент перехода значения ТМП в следующую узкую шкалу, т.

е. когда точка опроса впервые попадает в эту конкретную шкалу. При этом сразу после передачи признака шкалы передаются собственно результаты измерений в данной узкой шкале, и так происходит до перехода к следующей узкой шкале. Так осуществляется привязка измеренных значений ТМП к конкретной узкой шкале во всей шкале измерений.

Способ оценки принятых слов состоит в проверке дилеммы, является ли принятое слово признаком шкалы или информационным словом. Именно по признакам шкалы происходит привязка измеренных значений ТМП в конкретной узкой шкале.

Признак шкалы передаётся двоичным кодом в четырех старших битах слова (старшие полуслова), а в четырех младших битах (младшие полуслова) передаются нули.

Если принято слово данных с любым старшим полусловом и с единицей только в одном из бит младшего полуслова, считается, что был передан признак шкалы с ошибкой в этом бите. Когда в принятом слове старшие и младшие полуслова совпадают при числе единиц в них более одного, то считается, что принято информационное слово данных. Когда в принимаемом слове старшие и младшие полуслова не совпадают при числе единиц в них более одного и с отличием в одном бите, следует ориентироваться на полуслово с максимальным числом единиц. По нему принимают решение о переданном информационном слове данных.

Когда в принятом слове старшие и младшие полуслова не совпадают при числе единиц в каждом из них, равном одному, то считается, что был передан признак шкалы с ошибкой в одном бите. Таким образом, представление признака шкалы с нулями в четырех младших битах может приводить к появлению ошибок при передаче данных. В результате в среднем по шкале получается малый выигрыш в достоверности передачи информации по сравнению с передачей данных двоичным кодом.

Можно избежать такого перехода информационных слов в признаки шкалы, если закодировать младшие полуслова в признаки шкалы. Способ кодировки заключается в инвертировании четырех старших битов и передаче их инверсии в четырех младших битах признака шкалы. В результате такой кодировки получаются признаки шкалы, приведенные в таблице 1.

Таблица 1 – Закодированные признаки шкалы

Признаки шкалы	Старшее полуслово (номера бит)				Младшее полуслово (номера бит)			
	8	7	6	5	4	3	2	1
0	0	0	0	0	1	1	1	1
16	0	0	0	1	1	1	1	0
32	0	0	1	0	1	1	0	1
48	0	0	1	1	1	1	0	0
64	0	1	0	0	1	0	1	1
80	0	1	0	1	1	0	1	0
96	0	1	1	0	1	0	0	1
112	0	1	1	1	1	0	0	0
128	1	0	0	0	0	1	1	1

144	1	0	0	1	0	1	1	0
160	1	0	1	0	0	1	0	1
176	1	0	1	1	0	1	0	0
192	1	1	0	0	0	0	1	1
208	1	1	0	1	0	0	1	0
224	1	1	1	0	0	0	0	1
240	1	1	1	1	0	0	0	0

Как видно из таблицы 1, при передаче без искажений слова-признаки шкалы отличаются друг от друга как минимум в двух битах. В случае одиночных искажений бит информационных слов они отличаются от признака шкалы в трех или в пяти битах, и такой же результат получается при одиночных искажениях бит в признаках шкалы.

Рассмотрим, что происходит со словами-признаками шкалы, когда при передаче в них происходят одиночные искажения бит. В этом случае возможно отличие в одном бите одних признаков шкалы от других, в зависимости от того, в каком бите происходит ошибка, что показано в таблице 2. Таким образом, происходит переход одних признаков шкалы в другие с погрешностью, определяемой по таблице 2.

Таблица 2 – Признаки шкалы при одиночных искажениях бит

	Искажаемый бит данных							
	8	7	6	5	4	3	2	1
Признак шкалы/ принятый признак шкалы	0/128	0/64	0/32	0/16	0/ 128	0/64	0/32	0/16
	16/144	16/80	16/48	16/0	16/144	16/80	16/48	16/0
	32/160	32/96	32/0	32/48	32/160	32/96	32/0	32/48
	48/176	48/112	48/16	48/32	48/176	48/112	48/16	48/32
	64/128	64/0	64/96	64/80	64/192	64/0	64/96	64/80
	80/208	80/16	80/112	80/64	80/208	80/16	80/112	80/64
	96/224	96/32	96/64	96/112	96/224	96/32	96/64	96/112
	112/240	112/48	112/80	112/96	112/240	112/48	112/80	112/96
	128/0	128/192	128/160	128/144	128/0	128/192	128/160	128/144
	144/16	144/208	144/176	144/128	144/16	144/208	144/176	144/128
	160/32	160/224	160/128	160/176	160/32	160/224	160/128	160/176
	176/48	176/240	176/144	176/160	176/48	176/240	176/144	176/160
	192/64	192/128	192/224	192/208	192/64	192/128	192/224	192/208
	208/80	208/144	208/224	208/192	208/80	208/144	208/224	208/192
	224/96	224/160	224/208	224/240	224/96	224/160	224/208	224/240
	240/112	240/176	240/208	240/224	240/112	240/176	240/208	240/224

Анализ данных таблицы 2 показывает, что при искажении одного передаваемого символа любого слова-признака шкалы абсолютная погрешность $\Delta(b_{2i})$ передачи признаков шкалы постоянна для каждого бита и равна: для первого и пятого битов $\Delta(b_{21}) = \Delta(b_{25}) = 16$, для второго и шестого битов $\Delta(b_{22}) = \Delta(b_{26}) = 32$, для третьего и седьмого битов $\Delta(b_{23}) = \Delta(b_{27}) = 64$, для четвёртого и восьмого битов $\Delta(b_{24}) = \Delta(b_{28}) = 128$.

Абсолютная погрешность $\Delta(b_{1i}) = x_{пр.ост}(t_j) - x(t_j)$ передачи значений информационных слов остатками равна разности между восстановленным из принятых двух полуслов остатков и соответствующим передававшимся значениями. $\Delta(b_{1i})$ также постоянна для каждого бита и равна: для первого бита $\Delta(b_{11}) = 0{,}06$; для второго бита $\Delta(b_{12}) = 0{,}12$; для третьего бита $\Delta(b_{13}) = 0{,}24$; для четвёртого бита $\Delta(b_{14}) = 0{,}47$; для пятого бита $\Delta(b_{15}) = 0{,}94$; для шестого бита $\Delta(b_{16}) = 1{,}88$; для седьмого бита $\Delta(b_{17}) = 3{,}76$; для восьмого бита $= \Delta(b_{18}) = 7{,}53$.

Вычислим значения математического ожидания $M[\Delta(b_i)]$ и дисперсии $D[\Delta(b_i)]$ [5] погрешностей по всем разрядам слов данных в шкале измерений при традиционном представлении данных двоичным кодом и представлении данных остатками с учетом приведенного выше алгоритма восстановления данных.

Полагаем, что при относительно низком уровне шумов в канале связи одновременное искажение двух и более символов n–разрядной кодовой комбинации маловероятно. Поэтому будем рассматривать только одиночные ошибки, связанные с ошибочной регистрацией лишь одного из $n = 8$ символов восьмиразрядного слова. При этом одиночный сбой может произойти в любом месте кодовой комбинации. Вероятность искажения одиночного символа полагаем равной P. Как при традиционном представлении слова двоичным кодом, так и при представлении его остатками вероятность P_i искажения одного любого i-го символа в восьмиразрядной кодовой комбинации для различных символов будет одинакова и равна

$$P_i = P(1-P)^{n-1} = P(1-P)^7. \tag{2}$$

В связи с этим распределение абсолютной погрешности $\Delta(b_i)$ искаженных остатков, а значит и погрешности искажённых значений ТМП в шкале измерений будет равномерным.

Математическое ожидание $M[\Delta(b_{1i})]$ абсолютной погрешности $\Delta(b_i)$ искаженных значений ТМП, представленного остатками, равно:

$$M\left[\Delta\left(b_{1i}\right)\right] = \sum_{i=1}^{n} \Delta(b_{1i})P_i = P_i \sum_{i=1}^{n} \Delta(b_{1i}), \tag{3}$$

где n – количество учитываемых при оценке $M[\Delta(b_{1i})]$ разрядов в слове;

i – номер символа (бита) в слове.

Математическое ожидание $M[\Delta(x_i)]$ абсолютной погрешности $\Delta(x_i)$ искаженных значений ТМП при традиционном представлении его двоичным кодом равно:

$$M\left[\Delta\left(x_i\right)\right] = \sum_{i=1}^{n} \Delta(x_i)P_i = P_i \sum_{i=1}^{n} \Delta(x_i), \tag{4}$$

где n – количество учитываемых при оценке $M[\Delta(x_i)]$ разрядов в слове.

Поскольку нас интересуют не абсолютные значения $M[\Delta(b_i)]$ и $M[\Delta(x_i)]$, а их отношение $M[\Delta(x_i)]/M[\Delta(b_{1i})]$, определим его:

$$\frac{M\left[\Delta\left(x_i\right)\right]}{M\left[\Delta\left(b_{1i}\right)\right]} = \frac{P_i \sum_{i=1}^{n} \Delta(x_i)}{P_i \sum_{i=1}^{n} \Delta(b_{1i})} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta(x_i)}{\sum_{i=1}^{n} \Delta(b_{1i})}. \tag{5}$$

Оказалось, что отношение $M[\Delta(x_i)]/M[\Delta(b_i)]$ можно определить как отношение сумм значений абсолютных погрешностей $\Delta(x_i)$ и $\Delta(b_i)$ по всем разрядам слова, причем значение n в числителе и знаменателе выражения (5) должно быть одинаковым (в нашем примере $n = 8$).

В связи с тем, что вероятность искажения символа при традиционном представлении слова и представлении остатками одинакова (1), достаточно определить средние значения $\Delta(b_i)$ и $\Delta(x_i)$ по всем разрядам слова и сравнить их отношение.

Определим дисперсию $D[\Delta(b_{1i})]$ погрешности искаженных значений ТМП при представлении его остатками:

$$D[\Delta(b_{1i})] = \sum_{i=1}^{n} (\Delta(b_{1i}) - M[\Delta(b_{1i})])^2 P_i = P_i \sum_{i=1}^{n} (\Delta(b_{1i}) - M[\Delta(b_{1i})])^2, \quad (6)$$

где n – количество учитываемых при оценке $D[\Delta(b_{1i})]$ разрядов в слове.

Дисперсия $D[\Delta(x_i)]$ погрешности искаженных значений ТМП при традиционном представлении его двоичным кодом равна:

$$D[\Delta(x_i)] = \sum_{i=1}^{n} (\Delta(x_i) - M[\Delta(x_i)])^2 P_i = P_i \sum_{i=1}^{n} (\Delta(x_i) - M[\Delta(x_i)])^2, \quad (7)$$

где n – количество учитываемых при оценке $M[\Delta(x_i)]$ разрядов в слове.

Поскольку при определении значений дисперсий в соответствии с выражениями (6), (7) в них количество разрядов n одинаково, то отношение $D[\Delta(x_i)]/D[\Delta(b_{1i})]$ примет вид:

$$\frac{D[\Delta(x_i)]}{D[\Delta(b_{1i})]} = \frac{P_i \sum_{i=1}^{n} (\Delta(x_i) - M[\Delta(x_i)])^2}{P_i \sum_{i=1}^{n} (\Delta(b_{1i}) - M[\Delta(b_{1i})])^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\Delta(x_i) - M[\Delta(x_i)])^2}{\sum_{i=1}^{n} (\Delta(b_{1i}) - M[\Delta(b_{1i})])^2}. \quad (8)$$

Для определения значений отношения (8) необходимо знать значения математических ожиданий $M[\Delta(x_i)]$ и $M[\Delta(b_i)]$. Определим их. Для этого рассмотрим следующую математическую модель (рис. 1).

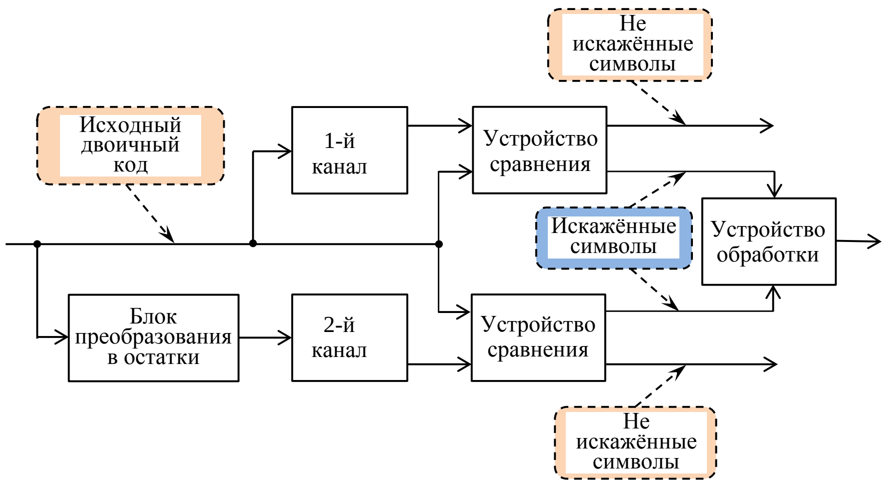

Рисунок 1 – Математическая модель эксперимента

Пусть имеются два идентичных независимых канала передачи одних и тех же априорно известных данных телеизмерений. Распределение параметров передаваемых данных в шкале измерений равномерное. По одному каналу данные передаются двоичным кодом, по второму – остатками. Устремим время передачи (количество передаваемых слов N) к бесконечности. Вероятность искажения одного любого символа в слове в обоих каналах одинакова и определяется выражением (2).

На приемной стороне каждого канала сделаем выборку только искаженных символов, отбросив неискаженные значения. Учитывая, что время эксперимента бесконечно (а, следовательно, и $N \to \infty$), в такой выборке искажённых символов в выражениях (3), (4) вероятность Pi будет одинакова и равна $Pi = 1/n$. Значения математических ожиданий абсолютных погрешностей (3), (4) для искаженных выборок преобразуются к следующему виду:

$$M\left[\Delta\left(b_{1i}\right)\right] = P_i \sum_{i=1}^{n} \Delta(b_{1i}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Delta(b_{1i}), \tag{9}$$

$$M\left[\Delta\left(x_i\right)\right] = P_i \sum_{i=1}^{n} \Delta(x_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Delta(x_i), \tag{10}$$

где n – количество учитываемых при оценке $M[\Delta(b_{1i})]$, $M[\Delta(x_i)]$ разрядов в слове.

С учетом (9), (10) выражения (6), (7) для определения дисперсий и их отношения (8) преобразуем к виду:

$$D\left[\Delta(b_{1i})\right] = P_i \sum_{i=1}^{n} (\Delta(b_{1i}) - M\left[\Delta(b_{1i})\right])^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (\Delta(b_{1i}) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Delta(b_{1i}))^2, \tag{11}$$

$$D\left[\Delta(xi)\right] = P_i \sum_{i=1}^{n} (\Delta(x_i) - M\left[\Delta(x_i)\right])^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (\Delta(x_i) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Delta(x_i))^2, \tag{12}$$

$$\frac{D\left[\Delta\left(x_i\right)\right]}{D\left[\Delta\left(b_{1i}\right)\right]} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\Delta(x_i) - M[\Delta(x_i)])^2}{\sum_{i=1}^{n} (\Delta(b_{1i}) - M[\Delta(b_{1i})])^2}. = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\Delta(x_i) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Delta(x_i))^2}{\sum_{i=1}^{n} (\Delta(b_{1i}) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Delta(b_{1i}))^2}, \tag{13}$$

где n – количество учитываемых при оценке разрядов в слове.

Для определения значений дисперсий $D[\Delta(b_{1i})]$, $D[\Delta(x_i)]$ в соответствии с (11), (12) и их отношения (13) необходимо знать значения абсолютных погрешностей $\Delta(x_i)$ и $\Delta(b_{1i})$ искаженных значений ТМП всех разрядов передаваемых слов.

Абсолютная погрешность $\Delta(x_i)$ искаженных значений ТМП при традиционном представлении их двоичным кодом зависит от веса бита и равна 2^{n-1}, где n – номер бита в слове. В нашем примере восьмиразрядных слов математическое ожидание $M[\Delta(x_i)]$ абсолютной погрешности $\Delta(x_i)$

$$M\left[\Delta\left(x_i\right)\right]=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta(x_i)=\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{n}2^{n-1}=31{,}875. \qquad (14)$$

Абсолютную погрешность $\Delta(b_{1i})$ искаженных значений ТМП, представленных остатками, по каждому разряду слова можно получить путем усреднения погрешностей искажённых результатов измерений в пределах шкалы измерений (по 16 признакам шкалы и 225 информационным значениям остатков):

$\Delta(b_1)_{1p}$ = {16×8+8(7(16+0,06)+8(16-0,06)) + 7(7×0,06-8×0,06)}/241 =
= (128+8×239,94-7×0,06)/241 = 2047,1/241 = 8,49; (15)

$\Delta(b_1)_{2p}$ = {32×8+8(7(32+0,12)+8(32-0,12)) + 7(7×0,12-8×0,12)}/241 =
= (256+8×479,88-7×0,12)/241 = 4094,2/241=16,99; (16)

$\Delta(b_1)_{3p}$ = {64×8+8(7(64+0,24)+8(64-0,24)) + 7(7×0,24-8×0,24)}/241 =
= (512+8×959,26-7×0,24)/241 = 8188,4/241 = 33,97; (17)

$\Delta(b_1)_{4p}$ = {128×8+8(7(32+0,47)+8(32-0,47)) + 7(7×0,47-8×0,47)}/241 =
= (1024+8×1919,53-7×0,47)/241 = 16376,95/241 = 67,95; (18)

$\Delta(b_1)_{5p}$ = {16×8+8(7(16+0,94)+8(16-0,94)) + 7(7×0,94-8×0,94)}/241 =
= (128+8×1912,48-6,58)/241 = 2033,9/241 = 8,44; (19)

$\Delta(b_1)_{6p}$ = {32×8+8(7(32+1,88)+8(32-1,88)) + 7(7×1,88-8×1,88)}/241 =
= (256+8×478,12-7×1,88)/241 = 4067,8/241 = 16,88; (20)

$\Delta(b_1)_{7p}$={64×8+8(7(64+3,76)+8(64-3,76)) + 7(7×3,76-8×3,76)}/241=
=(512+8×956,24-7×3,76)/241=8136,6/241=33,76; (21)

$\Delta(b_1)_{8p}$ = {128×8+8(7(128+7,53)+8(128-7,53)) + 7(7×7,53-8×7,53)}/241 =
= (1024+8×15299,76-52,71)/241 = 16271,1/241 = 67,52. (22)

В нашем примере восьмиразрядных слов математическое ожидание $M[\Delta(b_{1i})]$ абсолютной погрешности $\Delta(b_{1i})$

$$M\left[\Delta\left(b_{1i}\right)\right]=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta(b_{1i})=31{,}75. \qquad (23)$$

Отношение математических ожиданий $M[\Delta(x_i)]/M[\Delta(b_i)]$ в соответствии с (5) в нашем примере равно

$$M[\Delta(x_i)]/M[\Delta(b_i)] = 31{,}875/31{,}75=1{,}004. \qquad (24)$$

Дисперсия $D[\Delta(b_i)]$ погрешности искаженных значений ТМП, представленных остатками, равна:

$$D[\Delta(b_i)]=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\Delta(b_{1i})-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta(b_{1i})\right)^2=1/8\times\{(8{,}49-1/8\times253{,}95)^2+$$
$$+(16{,}98-1/8\times253{,}95)^2+(33{,}96-1/8\times253{,}95)^2+(67{,}92-1/8\times253{,}95)^2+$$
$$+(8{,}44-1/8\times253{,}95)^2+(16{,}88-1/8\times253{,}95)^2+(33{,}76-1/8\times253{,}95)^2+$$
$$+(67{,}52-1/8\times253{,}95)^2=4120{,}05/8=515. \qquad (25)$$

Дисперсия $D[\Delta(x_i)]$ погрешности искаженных значений ТМП при традиционном представлении их двоичным кодом равна:

$$D[\Delta(x_i)]=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\Delta(x_i)-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta(x_i)\right)^2=1/8\times\{(1-1/8\times255)^2+(2-1/8\times255)^2+$$
$$+(4-1/8\times255)^2+(8-1/8\times255)^2+(16-1/8\times255)^2+(32-1/8\times255)^2+(64-1/8\times255)^2+$$
$$+(128-1/8\times255)^2\}=13.722{,}93/8=1715{,}36. \qquad (26)$$

Найдем отношение дисперсий $D[\Delta(x_i)]$ и $D[\Delta(b_i)]$:

$$\frac{D[\Delta(x_i)]}{D[\Delta(b_{1i})]}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(\Delta(x_i)-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta(x_i))^2}{\sum_{i=1}^{n}(\Delta(b_{1i})-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta(b_{1i}))^2} = 1715{,}36/515=3{,}33. \qquad (27)$$

Этот результат, т. е. выигрыш в достоверности передачи данных, оцениваемый по значениям математического ожидания абсолютной погрешности измерений и дисперсии погрешности измерений, получен для случая монотонного изменения ТМП в пределах от 0 до максимального значения шкалы измерений с шагом, равным единице. В случае, если в пределах шкалы измерений ТМП изменяется не монотонно, то отношение дисперсий $D[\Delta(x_i)]$ и $D[\Delta(b_i)]$ будет другим. Таким образом, выигрыш в точности измерений при передаче данных остатками зависит от характера изменения ТМП.

Для устранения этого недостатка предлагается способ передачи данных словами из восьми бит комбинированным образом, а именно, когда нечетные измерения ТМП передаются двоичным кодом, а четные измерения – двумя остатками по одному и тому же модулю сравнения, либо наоборот. Для определённости полагаем, что чётные измерения представлены остатками по модулю 16, и они дублируются в полусловах данных. При этом соседние четное и нечетное измерения должны быть в одном узком интервале шкалы измерений между точками $16n$ и $16(n+1)$ (модульный интервал). В противном случае принятое слово из остатков может быть ошибочно отнесено к другому интервалу, т.е. может возникать ошибка восстановления данных, кратная числу таких модульных интервалов в зависимости от величины изменения параметра между соседними измерениями. Причём в половине подобных случаев слово будет принято правильно, в четверти случаев приведет к завышению значения принятого слова и в четверти – к занижению значения (рис. 2).

С учётом отмеченного выше свойства непрерывности ТМП предотвращение таких ошибок достигается выбором нужной частоты опроса конкретного параметра. С другой стороны, при определении номера узкого интервала шкалы для каждого чётного измерения нужно анализировать не одно, впереди стоящее нечётное измерение, и принимать по нему решение, а два (предшествующее и следующее) нечётных измерения.

Средние значения математических ожиданий погрешности измерений и дисперсий погрешности измерений по всем разрядам слов данных для четных (представление остатками) и нечетных (представление двоичным кодом) измерений параметра были представлены выше.

Определим значения математического ожидания и дисперсии погрешности измерений по всем разрядам слов данных в шкале измерений при комбинированном способе передачи:

$$M[\Delta(x_i),\Delta(b_i)] = (M[\Delta(x_i)]+M[\Delta(b_i)])/2 = (31{,}875+31{,}75)/2 = 31{,}81; \qquad (24)$$

$$D[\Delta(x_i),\Delta(b_i)] = (D[\Delta(x_i)]+D[\Delta(b_i)])/2 = (1715{,}36+515)/2 = 1115{,}18. \qquad (25)$$

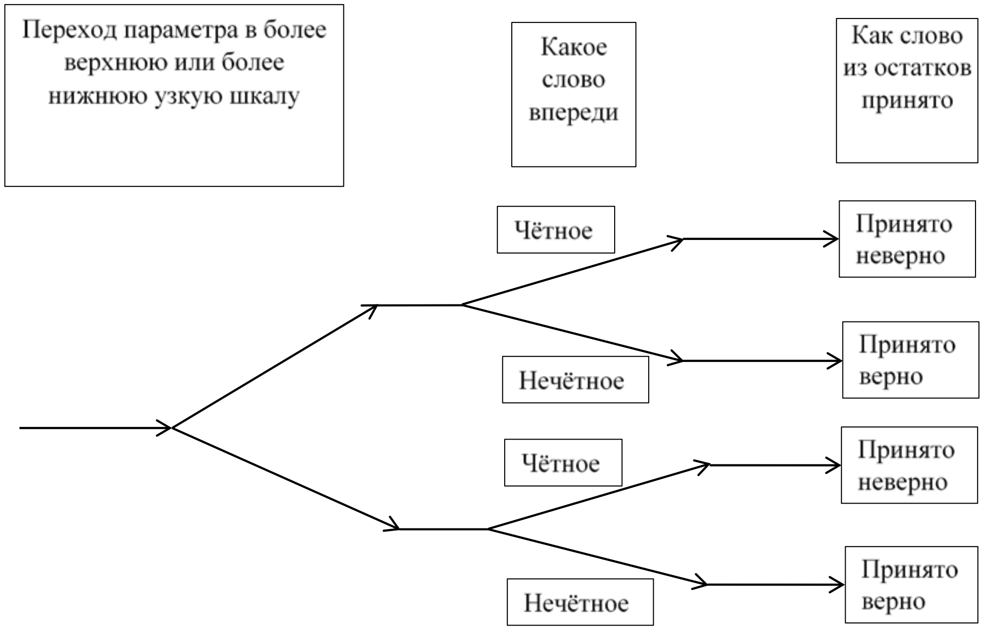

Рисунок 2 – Возможные ситуации при приёме соседних слов, относящихся к разным модульным интервалам

Вычислим отношения математических ожиданий и дисперсий погрешностей измерений по всем разрядам слов данных в шкале измерений при комбинированном способе передачи и традиционном способе передачи восьмиразрядным двоичным кодом:

$$M[\Delta(x_i)]/M[\Delta(x_i),\Delta(b_i)] = 31{,}875/31{,}81 = 1{,}002; \quad (26)$$

$$D[\Delta(x_i)]/D[\Delta(x_i),\Delta(b_i)] = 1715{,}36/1115{,}18 = 1{,}54. \quad (27)$$

Полученные результаты сохраняют свои тенденции и при других значениях разрядности слов.

Выводы

1. Предложены два способа представления данных полусловами-остатками для повышения достоверности передачи информации при возможных одиночных искажениях символов в слове. Сравнение выполнялось по средним значениям математического ожидания абсолютной погрешности измерений и дисперсии погрешности измерений каждого из предлагаемых способов по отношению к традиционному способу представления данных восьмиразрядным двоичным кодом.

2. Первый предлагаемый способ представления данных обеспечивает выигрыш в 1,004 раза по абсолютной погрешности измерений и в 3,33 раза по дисперсии погрешности измерений, но при этом требуется передача признаков шкалы, т.е. снижается информативность передачи.

3. Комбинированный способ представления данных обеспечивает выигрыш в точности измерений в 1,002 раза по абсолютной погрешности измерений и в 1,54 раза по дисперсии погрешности измерений и сохраняет исходную информативность передачи.

4. Полученные результаты сохраняют свои тенденции и при других значениях разрядности слов.

Литература

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел // М.: Наука . 1972. 168 с.
2. Кукушкин С.С. Конечные поля и информатика: в 2 т. Т. 1: Методы и алгоритмы, классические и нетрадиционные, основанные на использовании конструктивной теоремы об остатках // М: МО РФ . 2003. 284 с.
3. Макклеллан Дж., Рейдер Ч. Применение теории чисел в цифровой обработке сигналов. Пер. с англ. // М.: Радио и связь . 1983. 376 с.
4. Мороз А.П. Повышение эффективности телеметрирования быстроменяющихся параметров при натурных испытаниях летательных аппаратов. Монография: Королев МО. ФТА, 2012. 224 с.
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: учебник, 11-е изд., стер. // М.: КНОРУС, 2010. 664 с.